



SESSION DE 2000

---

**MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET INFORMATIQUE**

---

**CORRIGÉ DE MATHÉMATIQUES**

Éléments indicatifs de corrigé

# MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

## ÉLÉMENTS DE CORRIGÉ

### Exercice 1

1. b. Pour déterminer les nombres  $x$ ,  $y$  et  $z$  de montres A, B et C à fabriquer, on résout le système (S). Il n'existe pas de programme répondant à la question car  $x$ ,  $y$  et  $z$  doivent être positifs.

2. a. Forme canonique du programme, avec les notations précédentes :

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0; \quad y \geq 0; \quad z \geq 0 \\ x + 3y + 2z \leq 28 \\ x + y + z \leq 20 \\ 18x + 5y + 11z \leq 324 \\ \text{MAX}(500x + 400y + 600z) \end{array} \right.$$

2. b. En notant  $e_1, e_2, e_3$  les variables d'écart du programme, les tableaux suivants donnent une marge maximale de 10 800 € pour :  $x = 12, y = 0, z = 8$ .

$x$	$y$	$z$	$e_1$	$e_2$	$e_3$	2 <sup>nd</sup> membre	
1	3	2	1	0	0	28	$\frac{28}{2}$ min
1	1	1	0	1	0	20	$\frac{20}{1}$
18	5	11	0	0	1	324	$\frac{324}{11}$
500	400	600	0	0	0		
0,5	1,5	1	0,5	0	0	14	$\frac{14}{0,5}$
0,5	-0,5	0	-0,5	1	0	6	$\frac{6}{0,5}$ min
12,5	-11,5	0	-5,5	0	1	170	$\frac{170}{12,5}$
200	-500	0	-300	0	0	-8 400	
0	2	1	1	-1	0	8	
1	-1	0	-1	2	0	12	
0	1	0	7	-25	1	20	
0	-300	0	-100	-400	0	-10 800	

N.B. Pour la méthode du simplexe, on n'exigera pas des candidats la donnée de tous les coefficients du dernier tableau ; on acceptera les solutions ne donnant que la dernière ligne et la dernière colonne de ce tableau.

### Exercice 2

#### Partie A

On autorisera toute solution utilisant une présentation à l'aide d'arbres ou de tableaux et faisant ou non apparaître les formules explicites des probabilités conditionnelles.

1. On note A l'événement « l'appel aboutit », et  $H_1$  « l'appel est lancé pendant la plage  $H_1$  ».

a.  $\Pr[A \cap H_1] = \Pr[H_1] \times \Pr[A / H_1] = \frac{1}{3} \times \frac{40}{100} = 0,1333.$

La probabilité que cet appel soit lancé pendant la plage  $H_1$  et aboutisse est donc de 0,1333.

b. On fait le même raisonnement pour les 2 autres plages horaires, d'où :

$$\Pr[A] = \Pr[A \cap H_1] + \Pr[A \cap H_2] + \Pr[A \cap H_3] = \frac{1}{3} \times 0,4 + \frac{1}{3} \times 0,15 + \frac{1}{3} \times 0,7 = 0,4167$$

La probabilité que cet appel aboutisse est donc de 0,4167.

c. On note C l'événement « l'appel est suivi d'une commande ».

$$\Pr[C] = \Pr[H_1 \cap C] + \Pr[H_2 \cap C] + \Pr[H_3 \cap C]$$

$$\Pr[C] = \frac{1}{3} \times 0,40 \times 0,20 + \frac{1}{3} \times 0,15 \times 0,30 + \frac{1}{3} \times 0,70 \times 0,10 = 0,0650$$

La probabilité que cet appel soit suivi d'une commande est de 0,0650.

$$2. \Pr[H_3 / C] = \frac{\Pr[H_3 \cap C]}{\Pr[C]} = \frac{\frac{1}{3} \times 0,70 \times 0,10}{0,0650} = 0,3590.$$

Si cet appel est suivi d'une commande, la probabilité qu'il ait été donné pendant la plage  $H_3$  est donc de 0,3590.

## Partie B

1. Pour chaque appel, il n'y a que 2 issues possibles : soit il est suivi d'une commande (probabilité 0,065), soit il ne l'est pas.

- On passe 1000 appels, dont les résultats sont indépendants.
- $X$  est la variable aléatoire indiquant le nombre de commandes, c'est-à-dire le nombre d'appels ayant été suivis de commandes.  $X$  suit donc une loi binomiale de paramètres (1000 ; 0,065).

2. a. On a donc :

$$E(X) = 1000 \times 0,065 = 65; \quad V(X) = 1000 \times 0,065 \times 0,935 = 60,775; \quad \sigma(X) = \sqrt{60,775} \approx 7,8.$$

Si l'on utilise une approximation de la loi de  $X$  par une loi normale, les paramètres de celle-ci seront donc 65 et 7,8.

b. On sait que si  $X'$  suit  $N(65, 7,8)$ , alors la variable  $T = \frac{X' - 65}{7,8}$  suit  $N(0, 1)$ , d'où :

$$\Pr[50 < X' < 70] = \Pr[-1,92 < T < 0,64] = \Pi(0,64) - [1 - \Pi(1,92)] = 0,71$$

c.  $\Pr[65 - a < X' < 65 + a] = 0,8$

$$\Pr\left[\frac{-a}{7,8} < T < \frac{a}{7,8}\right] = 0,8 \Leftrightarrow 2\Pi\left(\frac{a}{7,8}\right) - 1 = 0,8 \Leftrightarrow \Pi\left(\frac{a}{7,8}\right) = 0,9 \quad \text{or } \Pi(1,28) = 0,9 \quad \text{donc}$$

$$a = 1,28 \times 7,8 \approx 10$$

Il y a donc 80 chances sur 100 pour que le nombre de commandes obtenues une journée donnée soit compris entre 65 - 10 et 65 + 10 soit entre 55 et 75. (Accepter entre 56 et 74.)

## Partie C

1. Test unilatéral : on teste  $H_0 : p = 0,065$  (pas de changement),  
contre  $H_1 : p > 0,065$  (amélioration),

où  $p$  désigne la nouvelle fréquence d'appels lancés suivis de commandes.

$$\text{Région critique au seuil de 5 \% : } \left[ 0,065 + 1,645 \sqrt{\frac{0,065 \times 0,935}{150}}; +\infty \right].$$

Le nombre minimal de commandes qui doivent suivre les 150 appels observés, pour que l'on puisse conclure que la proportion d'appels suivis d'une commande a augmenté est donc 15 commandes

$$\text{puisque : } 150 \times \left( 0,065 + 1,645 \sqrt{\frac{0,065 \times 0,935}{150}} \right) \approx 14,7.$$

2. On peut conclure que l'efficacité n'a pas été améliorée de manière significative puisque  $13 < 15$ .

### Exercice 3

1. La représentation est bonne sur le plan (axe 1 ; axe 2) car le taux d'inertie cumulé y est de  $70,7 + 24,0 = 94,7$  %.  
(On ne perd dans la représentation qu'environ 5 % de l'information du tableau initial.)

2. Les hypermarchés (50,7 %), les épiceries traditionnelles (21,5 %) et les supérettes (20,9 %) contribuent dans cet ordre à la formation de l'axe 1.

On peut ajouter, puisque le canal « hypermarchés » est représenté nettement à gauche, et que le canal « épiceries traditionnelles » est représenté nettement à droite, que l'axe 1 « oppose » (pour ce qui concerne leur implantation), hypermarchés et épiceries traditionnelles.

*(Une analyse relative aux secteurs - par exemple : l'axe 1 oppose les secteurs 4 et 8 - ne répond pas à la question qui demandait d'utiliser conjointement les annexes B et C.)*

3. On observe sur le graphique de l'annexe B :

- une « **attirance** » entre les points « S4 » et « Hypermarchés », ce qui signifie que, dans le secteur S4, les produits de la société Biofruit se vendent bien en hypermarchés ;

- une « **répulsion** » entre les points « S2 » et « Supermarchés », ce qui signifie que, dans le secteur S2, les produits de la société Biofruit se vendent mal en supermarchés.