056 516

DECF

SESSION DE 2000

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET INFORMATIQUE

SUJET DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

DURÉE : 2 heures. – COEFFICIENT : 0,5

Matériel autorisé : une calculatrice de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante et sans aucun moyen de transmission à l'exclusion de tout autre élément matériel ou documentaire.

Document remis au candidat.

Le sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

Il vous est demandé de vérifier que le sujet est complet dès sa mise à votre disposition.

BARÈME INDICATIF :

Exercice 1	*6 points*
Exercice 2	*11 points*
Exercice 3	*3 points*

Le sujet est constitué de trois exercices indépendants les uns des autres.

Une table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite est fournie en annexe A, ainsi qu'une annexe B et une annexe C.

AVERTISSEMENT

Si le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes, vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner *explicitement* dans votre copie.

Tournez la page S.V.P.

EXERCICE 1

« EXA-ZEIT » est une petite société horlogère qui fabrique des montres de luxe pour une grande marque.

• Pendant une journée, la durée totale du travail fourni par les ciseleurs peut atteindre 28 heures ; les modèles de montres A, B et C nécessitent respectivement 1 heure, 3 heures et 2 heures de travail de ciselure.

• La grande marque limite à vingt le nombre maximum de montres qu'elle achète à « EXA-ZEIT » chaque jour.

• Les modèles de montres A, B et C nécessitent respectivement 18, 5 et 11 éclats de diamant ; le service financier d' « EXA-ZEIT » limite à 324 le nombre d'éclats de diamants disponibles quotidiennement.

Travail à faire par le candidat.

1. On admet que le système (S) suivant n'a qu'une solution.

$$(S)\quad \begin{cases} x+3y+2z=28 \\ x+y+z=20 \\ 18x+5y+11z=324. \end{cases}$$

a. **Vérifier que cette solution est :** $(x, y, z) = (32, 20, -32)$.

b. **Existe-t-il un programme de fabrication journalier qui utilise complètement le temps de travail des ciseleurs, fournit le maximum de montres à la grande marque, et utilise tous les éclats de diamant disponibles ?**

Pour chacun des modèles de montres A, B et C, la marge sur coût variable est respectivement de 500 euros, 400 euros et 600 euros.
On cherche un programme de fabrication journalier qui maximise la marge sur coût variable.

Travail à faire par le candidat.

2. a. **Écrire la forme canonique du programme linéaire à résoudre.**

b. **Déterminer, par la méthode du simplexe, le programme de fabrication solution du problème et la marge sur coût variable maximale correspondante.**

Faire figurer les tableaux de calculs sur la copie.

EXERCICE 2

Les parties A, B et C de cet exercice peuvent être considérées comme indépendantes.

Une entreprise de démarchage par téléphone a procédé à une étude statistique afin d'améliorer sa rentabilité.

Partie A

Dans toute cette partie, les résultats des calculs de probabilités seront donnés à 10^{-4} *près.*

On suppose que les appels téléphoniques lancés au cours d'une journée (entre 9 et 21 heures) sont répartis de manière uniforme.
Chaque journée est découpée en trois plages horaires H_1, H_2 et H_3, correspondant respectivement aux tranches : [9 h, 13 h[, [13 h, 17 h[et [17 h, 21 h[.

Le tableau suivant donne, pour chacune de ces plages, le pourcentage d'appels qui aboutissent (c'est-à-dire qui permettent de parler à un correspondant), puis, parmi les appels qui aboutissent, le pourcentage de ceux qui sont suivis d'une commande. On admet que ces pourcentages sont les mêmes d'une journée à l'autre, et on fait l'hypothèse qu'ils restent stables.

Plage horaire	Pourcentage d'appels qui aboutissent	Parmi les appels qui aboutissent, pourcentage de ceux qui sont suivis d'une commande
H_1	40 %	20 %
H_2	15 %	30 %
H_3	70 %	10 %

(Par exemple, parmi les appels lancés pendant la plage H_2, 15 % aboutissent et parmi ceux-ci, 30 % sont suivis d'une commande).

Travail à faire par le candidat

On choisit au hasard un appel lancé au cours d'une journée.

1. a. Calculer la probabilité que cet appel soit lancé pendant la plage H_1 et aboutisse.
b. Calculer la probabilité que cet appel aboutisse.
c. Calculer la probabilité que cet appel soit suivi d'une commande.

2. Si cet appel est suivi d'une commande, quelle est la probabilité qu'il ait été lancé pendant la plage horaire H_3 ? *NB : On pourra éventuellement, dans cette partie, s'aider d'un schéma (arbre, tableau,...).*

Partie B

On admet que la probabilité qu'un appel téléphonique lancé, choisi au hasard au cours d'une journée, soit suivi d'une commande est 0,065.
Le nombre d'appels lancés au cours d'une journée est 1 000 (on suppose qu'il y a indépendance entre les issues des différents appels).
On note X la variable aléatoire qui, à chaque jour, associe le nombre d'appels lancés suivis d'une commande.

Travail à faire par le candidat

1. Expliquer pourquoi la loi suivie par X est binomiale. Quels en sont les paramètres ?

On admet que l'on peut approcher la loi de X par une loi normale. On désigne par X' une variable aléatoire qui suit cette loi normale.

2. a. Indiquer pourquoi les paramètres de cette loi normale sont 65 et 7,8.
b. Calculer la probabilité $P(50 < X' < 70)$. (*On donnera le résultat à* 10^{-2} *près*).
c. Déterminer le nombre entier le plus proche du nombre a tel que
$P(65 - a < X' < 65 + a) = 0{,}80.$
Quelle signification concrète peut-on donner à ce résultat ?

Tournez la page S.V.P.

Partie C

On admet que la fréquence des appels téléphoniques lancés suivis d'une commande est 0,065. Jugeant celle-ci trop faible, l'entreprise a pris une série de mesures pour améliorer l'efficacité du démarchage. Elle réalise ensuite une nouvelle étude statistique pour vérifier si la fréquence des appels lancés suivis d'une commande a été significativement augmentée : elle considère un échantillon de 150 appels lancés au cours d'une journée, constitué par prélèvement au hasard et avec remise.

Travail à faire par le candidat

1. **Mettre en place un test d'hypothèse unilatéral, au seuil de signification de 5 %, qui permettra à l'entreprise de tester une éventuelle amélioration. Déterminer la région critique et en déduire le nombre minimal de commandes qui doivent suivre les 150 appels observés, pour que l'on puisse conclure que la fréquence d'appels suivis d'une commande a augmenté significativement.**
2. **Sur les 150 appels observés, 13 commandes ont suivi ; peut-on en déduire, au seuil de 5 %, que l'efficacité du démarchage a été améliorée de manière significative ?**

EXERCICE 3

Le réseau de distribution de la société Biofruits est implanté sur un territoire divisé en 8 secteurs géographiques. Avant d'organiser une campagne promotionnelle, afin de mieux adapter les supports de publicité aux différents secteurs géographiques, le directeur de la société Biofruits fait faire une étude détaillée du volume de ses ventes en croisant les 8 secteurs avec 5 canaux de distribution : hypermarchés, supermarchés, supérettes, épiceries traditionnelles et distributeurs automatiques.

Le traitement, par une **analyse factorielle des correspondances (AFC)**, des valeurs obtenues, conduit aux résultats suivants :

- taux d'inertie de l'axe 1 (ou part de la variance expliquée par l'axe 1) : **70,7** %.
- taux d'inertie de l'axe 2 (ou part de la variance expliquée par l'axe 2) : **24,0** %.
- taux d'inertie de l'axe 3 (ou part de la variance expliquée par l'axe 3) : **3,3** %.

La représentation graphique simultanée de la projection des points « profils lignes » et des points « profils colonnes » sur le plan factoriel **(axe 1 ; axe 2)** est fournie en **annexe B**.
Les canaux sont représentés par des disques dont l'aire est proportionnelle à la masse (fréquence marginale) du point profil ligne considéré.
Les secteurs sont représentés par des carrés identiques car les fréquences marginales des points profils colonnes sont égales à 1 % près.

Le tableau des contributions des canaux à la formation des axes du repère choisi est donné en **annexe C**.

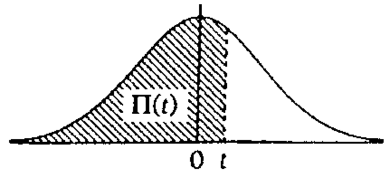
Travail à faire par le candidat.

1. **L'annexe B fournit-elle une bonne représentation des données initiales ?**
   (On justifiera la réponse à partir des taux d'inertie).
2. **Quelle interprétation peut-on donner à l'axe 1 en utilisant conjointement l'annexe B et l'annexe C ?**
3. **Interpréter, en utilisant le graphique donné en annexe B, la position relative des points « S4 » et « Hypermarchés » d'une part, et celle des points « S2 » et « Supermarchés » d'autre part.**

ANNEXE A

Table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

Probabilité cumulée $\Pi(t) = \int_{-\infty}^{t} f(u)\,du = P(T \leq t)$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8254	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	09236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Cas des grandes valeurs de t

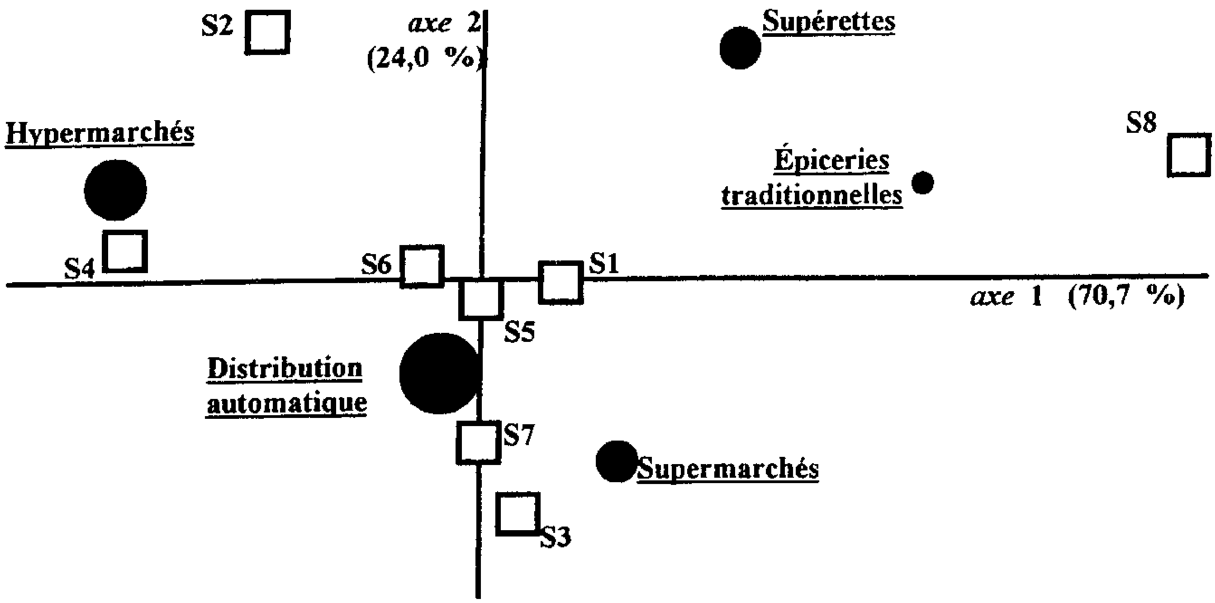
t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : La table donne les valeurs de $\Pi(t)$ pour $t \geq 0$. Si t est négatif on prend le complément à l'unité de la valeur lue dans la table. $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$.

Tournez la page S.V.P.

ANNEXE B

6/6



ANNEXE C

Contributions des divers canaux de distribution à la formation des axes :

canal	Contribution à l'axe 1	Contribution à l'axe 2
Hypermarchés	**50,7 %**	**12,7 %**
Supermarchés	**6,1 %**	**34,7 %**
Supérettes	**20,9 %**	**37,3 %**
Épiceries traditionnelles	**21,5 %**	**3,8 %**
Distributeurs automatiques	**0,8 %**	**11,5 %**